

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

En la formació matemàtica de l'alumnat hi ha un període on ha de predominar el seu caràcter educatiu, anant més enllà del caràcter instrumental que predomina en l'ensenyament de la matemàtica a primària però sense arribar al caràcter professional propi de la fase universitària. Aquest període no té per què coincidir exactament amb l'etapa secundària, però és al llarg d'aquesta etapa on és predominant. Un cop superada la fase més instrumental, que prioritza l'aprenentatge d'uns certs continguts fonamentals per a la vida en la nostra societat, la formació en l'ensenyament secundari prioritza la formació humana i creativa dels alumnes, així com el seu pensament crític. Des del treball experimental i conjectural amb la incorporació progressiva del rigor, que predomina en l'ensenyament de la matemàtica a les etapes obligatòries, fins al professional que caracteritza els estudis superiors, el batxillerat constitueix el primer període postobligatori que ha de donar resposta a uns alumnes per ser terminal i a uns altres, per ser propedèutic. No obstant això, els estudiants que comencen l'ensenyament postobligatori no necessàriament tenen decidit el seu futur després d'aquesta etapa educativa. L'ensenyament de la matemàtica a batxillerat ha de permetre que l'estudiant copsi aspectes estructurals de la disciplina i la relacioni amb d'altres, però el mer assoliment d'uns objectius i unes competències, com els que es presenten en aquest currículum, no és suficient. Cal, a més, afavorir la més correcta elecció en el futur educatiu, formatiu o professional de l'estudiant.

Al llarg de la vida l'alumnat es trobarà amb situacions que no es resolen de manera algorísmica. L'ensenyament de la matemàtica a través de la resolució de problemes situa l'estudiant en una posició sovint incòmoda que força la seva capacitat autònoma. Les estratègies heurístiques, que sovint no garanteixen efectivitat de resolució, permeten afrontar cada problema tot forçant el pensament crític i creatiu de l'alumnat. El tipus de raonament que generen aquestes estratègies serà útil per a l'alumnat més enllà de l'aula de matemàtiques.

En un món en canvi constant l'ensenyament de la matemàtica ha de seguir camins en els quals l'elecció sigui inevitable, la correcció un hàbit i l'error un motiu per a l'aprenentatge. La resolució de problemes, entesa com una activitat de construcció de coneixement i no només com la resolució rutinària d'exercicis, pot i deu conduir a l'establiment de patrons generals que posteriorment siguin d'utilitat. A més, com a estil d'aprenentatge servirà a l'alumnat en els seus estudis superiors, en la investigació, en el món laboral i, en general, al llarg de la seva vida, ja que els hàbits que engendra tenen un valor que no es limita exclusivament al món de la matemàtica. Tot el currículum ha de quedar informat del caràcter transversal que permet imprimir en l'ensenyament de la matemàtica la resolució de problemes i les diferents estratègies de resolució. Reconèixer situacions reals i concretes on la matemàtica és un instrument necessari per organitzar i interpretar informació, i per prendre decisions ben fonamentades és una pràctica ineludible. Des d'aquest enfocament l'ensenyament de la matemàtica permet generar entorns d'aprenentatge que afavoreixen un treball mental que fomenta un hàbit d'autoaprenentatge, anàlisi, decisió, descobriment i creació útil més enllà de l'àmbit d'acció disciplinària.

Tot i que el que s'accepta en matemàtiques és el que està provat, la matemàtica en el seu procés de gestació està formada per experiències, observacions i intuïcions que, en alguns casos, condueixen a descobriments plausibles. Contrastar aquests descobriments a través de l'estudi de casos concrets conduirà a modificar-los, rebutjar-los o acceptar-los. Posar a prova les conjetures descobertes i potser refutar-les és una activitat que facilita una interpretació correcta de l'error, forma part del procés de millora del raonament i educa el pensament crític dels alumnes. La necessitat del rigor quedarà justificada quan l'alumne/a descobreixi i defensi, oralment i per escrit, conjetures que posteriorment ell mateix pugui refutar.

Aquest procés de gestació de la matemàtica ha de ser viscut per l'alumnat. Plantejar problemes, experimentar-los, comprendre'ls, establir plans de treball, descobrir invariants, conjeturar resultats, generalitzar casos observats, suggerir altres problemes anàlegs, reconèixer conceptes matemàtics de situacions concretes, errar i corregir per tornar a experimentar i conjeturar fins a obtenir resultats plausibles, proposar solucions als problemes plantejats, cercar arguments per consolidar els resultats conjecturals, redactar les conclusions, exposar-les en públic, defensar-les i acceptar els suggeriments i les crítiques dels altres, són activitats pròpies d'una dinàmica de treball que fa de la matemàtica una matèria útil en la formació integral de tots els alumnes i necessària en el batxillerat en la mesura que és una etapa terminal per a una part de l'alumnat.

Els continguts introduïts en l'ensenyament obligatori des d'un punt de vista experimental i conjectural es reprenen i es retorna al seu estudi a partir de motivacions concretades en problemes que faciliten el descobriment per part de l'alumne/a. La construcció gradual i progressiva de coneixements s'ha de produir sota un ensenyament que faciliti entorns d'aprenentatge que connectin amb la matemàtica dels estudis superiors.

Sense abandonar l'experimentació, l'observació i el treball conjectural propis de les etapes obligatòries, l'ensenyament de la matemàtica a batxillerat ha de facilitar entorns d'aprenentatge en els quals sorgeixi la necessitat de rigor i la concreció d'aquest. La formalització de resultats haurà de ser introduïda com a punt d'arribada del procés de construcció del coneixement matemàtic.

Competències específiques de la matèria

Ser competent en matemàtiques requereix tenir uns coneixements, capacitats i habilitats que han de facilitar que l'alumne/a pugui i vulgui afrontar els reptes que se li plantegin. Amb el tipus de treball exposat, centrat en la resolució de problemes, es desenvolupen i són objectiu d'atenció del treball docent a l'aula els cinc vessants següents de l'activitat matemàtica:

- Resoldre problemes matemàtics.
- Comunicar-se matemàticament.
- Raonar matemàticament.

- Valorar la matemàtica i la seva construcció.
- Tenir confiança en la pròpia capacitat matemàtica.

Aquests vessants han de ser sempre presents en l'activitat matemàtica i per això conformen els processos que caldrà desenvolupar de manera general al llarg de tota l'etapa.

La competència matemàtica és l'habilitat per desenvolupar i aplicar el raonament matemàtic amb la finalitat de resoldre problemes en situacions diverses. L'adquisició de coneixements matemàtics a partir de la resolució de problemes integrats dins l'univers d'interessos de l'alumne mateix és necessària, però no suficient. Cada alumne/a ha de tenir, a més, l'oportunitat de posar en acció el coneixement adquirit en la resolució de problemes que representin un repte per a ell, problemes actuals o històrics però culturalment significatius, situacions no aïllades que tenen un reflex sobre el seu món, que requereixen tractaments heurístics i que faciliten la interpretació de la realitat. Les competències matemàtiques són una combinació de coneixements, capacitats i actituds adequades al context que presenten diverses dimensions que sovint s'entrellacen.

Ser matemàticament competent requereix, entre altres, l'assoliment gradual de la capacitat i la voluntat per pensar en la recta, el pla i l'espai (analogia), cercar arguments que aportin solidesa als patrons descoberts, representar construccions, gràfics o diagrames, construir, interpretar i emprar adequadament fórmules, etc. En resum, copsar la naturalesa de la matemàtica i dels objectes amb què treballa aquesta ciència. La competència en modelització matemàtica s'entén com el procés pel qual s'interpreta matemàticament una determinada situació per tal de conèixer el seu comportament i controlar-la. La capacitat de modelitzar una determinada situació està vinculada a la possibilitat de considerar relacions lligades al comportament d'una o diverses variables i a la possibilitat d'establir relacions sistemàtiques entre diferents sistemes de representació. La comprensió del món real està lligada, en gran mesura, al coneixement de la matemàtica. S'entén gràcies a les matemàtiques i a models matemàtics de la ciència que en fan ús. En els primers anys d'aprenentatge és molt més factible que l'alumne aprengui d'un problema matemàtic simplificat més que no pas d'un problema real; la seva complexitat de ben segur que el desborda. La matemàtica facilita la creació de models simplificats del món real que permeten una interpretació acotada d'aquest i alhora generen problemes adequats al moment educatiu de l'alumne/a tot facilitant el seu esperit crític i despertant la seva creativitat. Cal facilitar entorns d'aprenentatge en els quals la resolució de problemes forci l'alumne/a a fixar l'atenció en la situació plantejada, cercar relacions entre les variables implicades i descobrir patrons generals per tal d'obtenir un model que, amb un nivell de sofisticació gradual, permeti interpretar el problema plantejat.

La competència en contextualització és consubstancial al treball matemàtic en el batxillerat. L'aprenentatge de la matemàtica a l'ensenyament obligatori es produeix en contextos específics i a través de problemes concrets. Les activitats són properes al context de la vida personal dels alumnes, el context públic i el context científic. La contextualització de les situacions problema

participa en la motivació de l'estudiant i alhora és un instrument que permet validar el coneixement après. També facilita la interpretació de la realitat física i social a partir del coneixement matemàtic propi, ajudant a entendre i explicar aquestes realitats. Les referències a situacions de la vida real s'han de fer sota estratègies definides que assignin amb cura on i com s'empren aquestes situacions. Aquests tipus d'activitats s'han presentat al llarg de l'ensenyament obligatori vinculades a situacions contextualitzades en la vida real. En el batxillerat els entorns d'aprenentatge han de facilitar que, a partir d'aquestes situacions vinculades amb la realitat de l'estudiant, es puguin generar entorns d'aprenentatge que permetin l'establiment de resultats útils més enllà dels models concrets emprats. Cal que l'ensenyament al batxillerat no caigui en una simplificació empírica de la matemàtica i del seu ensenyament. De manera progressiva i sota entorns d'aprenentatge que parteixen de situacions-problema contextualitzades, l'alumnat obtindrà coneixement matemàtic més general que li facilita donar resposta a situacions que van més enllà de cada model concret i contextualitzat emprat. L'aprenentatge de la matemàtica possibilita, per tant, que l'alumne/a sigui competent en contextualització fent-li veure que és necessària aquesta competència, però no suficient. Cal que el coneixement matemàtic construït sigui útil dins els models concrets contextualitzats emprats, però també fora d'ells.

La competència en experimentació impregna tot el treball científic. Si l'alumne no crea, no genera coneixement. En aquest cas hi pot haver assimilació de continguts però no necessàriament evolució intel·lectual. L'ensenyament de la matemàtica pot contribuir a un dels grans objectius del batxillerat: la formació de persones autònomes i crítiques que sàpiguen acceptar els propis errors i, alhora, les virtuts de les altres persones. Mitjançant la resolució de problemes, la matemàtica ensenya a saber actuar quan ens equivoquem, i a no mantenir una postura inflexible a causa de no voler assumir els errors comesos. Ensenyar una fórmula o un algorisme i resoldre exercicis que són una aplicació immediata d'aquests exercicis hauria de requerir poc temps. Ara bé, experimentar, plantejar problemes, comprendre'ls, establir plans de treball, conjeturar, equivocar-se, corregir, tornar a errar per experimentar i conjeturar de nou fins a obtenir-ne una que sigui plausible, proposar la solució, redactar les conclusions i exposar-les en públic requereix temps per al qual cal una bona planificació. La presència de calculadores i ordinadors en el context educatiu de la matemàtica permet les proves i els assajos en la cerca de patrons de comportament matemàtic, anàlogament al que es fa en les ciències experimentals. Les activitats dissenyades des d'aquest punt de vista i orientades cap a la construcció de coneixement, difícilment són possibles amb els mitjans tradicionals del llapis i el paper. I la potència que ens permeten aquests mitjans tecnològics no ha de quedar reduïda al càlcul: és possible i desitjable realitzar activitats en les quals la representació gràfica reveli regularitats i variacions. Les noves tecnologies han de contemplar l'experimentació i la comunicació de les idees matemàtiques per donar pas al raonament matemàtic i a la comunicació oral i escrita de les idees. Ser competent en experimentació requereix acceptar aquesta com a punt de partença de la construcció de coneixement i alhora requereix l'extracció de la informació que tractada adequadament condueix a la construcció de coneixement matemàtic curricular.

Contribució de la matèria a les competències generals del batxillerat

L'ensenyament de la matemàtica a través de la resolució de problemes contribueix decisivament a l'assoliment de la competència comunicativa. Aquest tipus d'ensenyament parteix de l'experimentació i l'observació, i facilitant el descobriment arriba a l'establiment de conjectures. La intuïció de l'alumne/a li diu si són certes i el seu contrast a través de l'estudi de casos li diu si les pot refutar. Defensar, oralment o per escrit, un resultat que s'obté per aplicació d'una fórmula o d'un algorisme té un efecte ben diferent que no pas defensar una conjectura. Aquesta darrera porta l'alumne a exposar els arguments que l'han conduït a establir-la però sabent que no té la seguretat que sigui certa. Aquesta incertesa és molt més propera a allò que succeeix a la vida real, que no pas la seguretat a què es pot arribar en determinats resultats obtinguts per l'aplicació rutinària de fórmules i algorismes. És per això que aquest enfocament metodològic de l'ensenyament de la matemàtica participa en l'assoliment de la competència comunicativa més enllà de l'àmbit d'acció disciplinària.

L'ensenyament de la matemàtica a través de la resolució de problemes facilita la formulació d'activitats que encaminen l'estudiant cap a l'establiment de conjectures i llur contrast. Aquesta pràctica educativa facilita la capacitat creativa i impulsa la competència en recerca. L'experimentació, l'observació, l'establiment de resultats conjecturals (hipòtesis), l'estudi de casos concrets sobre aquests tot acceptant-los o refutant-los, la reformulació de conjectures i la cerca d'arguments que donin transparència als resultats descoberts, són activitats que participen en l'adquisició de la competència en recerca. Les capacitats que potencia el currículum de matemàtiques faciliten l'establiment de raonaments quantitius sobre situacions de la vida real i sobre el món que ens envolta. L'apartat d'estadística constitueix el marc teòric que dona solidesa a tota recerca quantitativa. Des de la recollida de dades fins a la seva anàlisi i presentació de resultats, aquesta branca de la matemàtica constitueix el punt de suport de tota recerca empírica quantitativa.

Pel que fa a l'assoliment de la competència en gestió i tractament de la informació, és clar que la matemàtica hi té molt a dir, però cal evitar alguns paranys. La cerca d'informació a través de fonts diverses (tradicionals o electròniques), i la seva posterior estructuració, és una competència necessària per a tot alumne/a en el món actual, i les activitats obertes com les que es proposen en aquest currículum requereixen sovint recursos tecnològics que fomenten l'autoaprenentatge de l'alumne. Això fa que, en el treball matemàtic de batxillerat, aquesta competència estigui fortament enllaçada amb la competència digital. Cal incidir en la comprensió dels processos matemàtics però procurant no caure en l'execució de rutines que amb tanta facilitat poden inundar el temps disponible dels nostres alumnes. I la millor manera d'evitar-ho és fer-ne ús tot ensenyant, des de l'experimentació, amb les aplicacions que ens ofereixen les TIC. En la realitat d'aquest moment, l'alumne empra aparells tecnològics amb facilitat i freqüència, per tant, a fi que en faci un ús correcte cal que disposi de la guia i orientació del professorat. Les noves tecnologies poden integrar-se en l'ensenyament de la matemàtica amb finalitats diametralment oposades. Així, el programari que permet efectuar càlculs numèrics o simbòlics pot conduir a incrementar l'exposició de resultats tancats, ja que les seves

aplicacions poden ser exemples reals que, tot i rutinaris, requereixen gran potència de càlcul. La selecció dels recursos tecnològics ha de permetre, a més, que siguin una eina que s'emprï en la resolució de problemes per experimentar, observar, proposar conjectures i contrastar-les, en definitiva, una eina al servei de la creativitat. El disseny d'activitats que participen de la capacitat tecnològica i la competència digital són àmplies i és desitjable afavorir les que faciliten el descobriment per part de l'alumne. No es pot perdre de vista que l'estudiant té una gran facilitat per usar les noves tecnologies i, en conseqüència, hem d'orientar la seva utilització per tal que estiguin al servei de l'alumne/a i no aquest a disposició d'elles.

L'activitat matemàtica que genera la resolució de problemes ofereix una intensa contribució a la formació integral de l'alumne més enllà de l'àmbit disciplinari, en particular a l'assoliment de la competència personal i interpersonal. Per tal que això sigui possible cal dissenyar entorns d'aprenentatge en els quals, amb la guia del professorat, els alumnes observin comportaments, intueixin regularitats i descobreixin patrons generals, conjeturin resultats, els contrastin i refutin o consolidin, argumentin els seus raonaments, presentin el treball realitzat, defensin les activitats emprades, les construccions realitzades i conclusions obtingudes, per arribar a aplicar el coneixement construït a aquest i d'altres àmbits. Cal que prenguin decisions, discernixin allò que és essencial d'allò que és prescindible i aprenguin dels errors propis. És fonamental que l'error sigui una font d'aprenentatge i l'estil d'ensenyament i aprenentatge ha de facilitar la seva acceptació i superació.

Els entorns d'aprenentatge han de possibilitar a transmissió de les intuïcions bàsiques dels problemes matemàtics, l'essència del fet matemàtic, i conduir a la construcció de coneixement matemàtic i a la consolidació de resultats conjeturals. Potser hi haurà resultats que no seran útils per als alumnes que no segueixin estudiant després del batxillerat, però el procés de construcció de coneixement sí que ha de ser útil per a tots ells. Defensar una conjectura és molt diferent a defensar un resultat que s'obté per aplicació d'una fórmula o d'un algorisme. L'alumne/a exposa els arguments que l'han conduït a establir-la però sabent que no té la seguretat que sigui certa. Aquesta incertesa és molt més propera a la vida real que no pas la seguretat a què es pot arribar amb el raonament logicodeductiu propi dels resultats fermes.

Aquest tipus d'actuació a l'aula de matemàtiques participa del que anomenem proactivitat, entesa com a la capacitat per planificar, organitzar la feina i, en el treball en equip, liderar, delegar, informar o comunicar. Aprendre a prendre decisions està relacionat amb l'esperit crític i la visió global. Si a l'alumne li diem que un problema no té solució, poc haurà après. Si a més fem que experimenti (amb un paper essencial de les TIC) i que descobreixi la utilitat de les diverses eines, haurà après molt més. Si un problema no es pot resoldre, potser variant les condicions o emprant més recursos sí que serà resoluble. I aquesta dinàmica no és d'aplicació exclusiva a la matemàtica, sinó traslladable a altres àmbits, ja que l'alumne aprèn a no limitar la presa de decisions a unes condicions i recursos estàtics. Hi ha també altres factors que intervenen en la presa correcta de decisions en la resolució de problemes, l'aprenentatge i la correcció dels quals participa de manera important en la formació de l'alumne/a

com a persona: inflexibilitat a l'hora de considerar alternatives, rigidesa en l'execució de procediments, manca de previsió de les conseqüències d'una certa acció, manca d'avaluació del que s'està fent, etc. La proactivitat inclou la capacitat per determinar els punts forts i febles d'un mateix, d'assumir riscos, així com d'avaluar les pròpies capacitats.

En definitiva, l'activitat matemàtica associada a la resolució de problemes només permet validar l'aprenentatge de l'alumne, sinó que participa plenament en els processos de creixement personal i de relació amb els altres i permet incrementar la motivació de l'alumnat.

El treball matemàtic de resolució de problemes en entorns d'aprenentatge propers i significatius contribueix a l'assoliment de la competència en el coneixement i interacció amb el món. L'ensenyament de la matemàtica ha de facilitar entorns d'aprenentatge que facilitin un pensament matemàtic que no sigui només purament formal: la generalització de casos observats, el replantejament de problemes per analogia, l'extracció o reconeixement de conceptes matemàtics a partir d'una situació concreta, etc. Aquest tipus de treball permet plantejar problemes que estan inspirats en el món real però que es presenten en models simplificats. La seva resolució i posterior traducció al món real permet una interpretació del món que possibilita adoptar nous punts de vista i tenir-ne un coneixement més ampli. Aplicar resultats tancats no permet treballar la facultat d'intuir, ja que l'alumne/a no ha de decidir ni crear sinó que ha de mimetitzar raonaments i/o aplicar resultats coneguts. La resolució de problemes força l'alumne a decidir, a preveure les conseqüències de les seves decisions, a avaluar el que està fent i a defensar les seves conclusions sense poder-se basar en un resultat prèviament exposat. La participació de l'ensenyament de la matemàtica en l'assoliment de la competència en el coneixement i interacció amb el món es pot concretar en la resolució de problemes emprant la generalització, particularització, analogia i inducció. Aquests tipus d'activitats faciliten la traducció d'un problema a un altre quan la via de resolució que s'obre facilita l'obtenció de resultats útils per a l'enunciat inicial i per a altres situacions.

Estructura dels continguts

Els continguts de la matèria de matemàtiques aplicades a les ciències socials expressen els aspectes més rellevants pel que fa als conceptes que cal que l'alumne aprengui, als processos matemàtics que orienten com l'alumne/a ha d'anar desenvolupant aquest aprenentatge i a les actituds que cal desenvolupar en l'alumnat. Aquesta estructura ha de facilitar entorns d'aprenentatge que condueixin a l'assoliment dels objectius i de les competències generals i específiques. Encara que els continguts es presentin organitzats per apartats és convenient establir relacions entre ells, també entre apartats de diferents cursos. Per això, atenent als tres vessants de les matemàtiques (formatives per elles mateixes, aplicables en contextos reals i instrumentals per a altres matèries), la relació de continguts ve encapçalada pels processos matemàtics que han de desenvolupar els alumnes en treballar els continguts de tots els apartats, i en tots dos cursos.

Les capacitats que es pretenen assolir en l'àmbit de la matemàtica fan que els continguts sovint es relacionin i que no tingui sentit un ensenyament fragmentat per aconseguir un aprenentatge global. Encara que es presentin els continguts per apartats cal entendre que l'ensenyament ha de facilitar que l'alumne vinculi el coneixement après en cadascun d'ells i sigui competent en la seva utilització integrada. El desenvolupament de les competències matemàtiques requereix partir de situacions que possibilitin la integració del pensament numèric, mètric, espacial, variacional i aleatori, així com l'articulació amb altres branques del coneixement.

Els continguts, que enllacen amb el currículum de matemàtiques de l'ESO, s'han organitzat en diversos apartats per curs. Això no ha d'implicar un repartiment del temps del curs en parts iguals: la reducció del nombre d'apartats respecte a l'ESO ha de facilitar una comprensió i un tractament més globalitzat del currículum de matemàtiques.

Un bon coneixement del nombres no es limita només a fer que l'alumne/a sàpiga calcular correctament o aproximar. També cal que identifiqui la seva utilització segons cada situació concreta. Acceptar els nombres naturals, les seves operacions i les seves propietats permet dissenyar entorns d'aprenentatge que facilitin la construcció dels enters, racionals, reals i complexos. No es tracta de presentar aquestes construccions fetes, sinó facilitar que, a través de la resolució de problemes, l'alumne compregui amb claredat que les propietats i les operacions en els diferents conjunts de nombres són una conseqüència natural de l'extensió de les operacions acceptades pel conjunt de nombres que, en cada cas, acceptem com a punt de partença.

De la mateixa manera, les successions, les mesures, el llenguatge algèbric, la geometria analítica i l'estadística no s'han de limitar a la comprensió de les terminologies i dels conceptes matemàtics. És desitjable facilitar que l'alumnat connecti aquests coneixements amb la seva estructura cognitiva prèvia, que (en la mesura que sigui possible) descobreixi el que es pretén que aprengui i que doni significat al coneixement construït per tal que sigui hàbil en la seva utilització en diferents contextos, tot participant de l'assoliment de les competències matemàtiques. La concreció d'activitats a l'aula es pot alimentar de les diferents matèries de la modalitat. Alhora, la matemàtica participa del creixement d'aquestes matèries.

Els estudiants haurien de disposar de les capacitats necessàries per aplicar els principis i els processos matemàtics bàsics en situacions quotidianes de la vida privada i professional, així com per comprendre i avaluar cadenes argumentals. Els estudiants han de ser capaços de raonar matemàticament, comprendre una demostració matemàtica i comunicar-se emprant el llenguatge matemàtic, així com emprar els recursos més adequats. Una actitud positiva en matemàtiques es basa en el respecte a la veritat i en la voluntat de trobar arguments i avaluar-ne la validesa.

Connexió amb altres matèries

Pel seu caràcter instrumental, molts dels continguts de matemàtiques es relacionen amb continguts d'altres matèries del batxillerat. Al final de la relació de continguts de cada curs es concreten algunes connexions que es poden establir amb altres matèries; la proposta que es fa té un caràcter orientatiu i en cap cas és exhaustiva, i ha de servir per treballar continguts de manera conjunta sempre que sigui possible o, si més no, acordar un enfocament comú des de les diverses disciplines implicades (per exemple, quan aquests continguts es tractin en moments diferents de l'etapa).

Hi ha connexions molt evidents, per exemple, amb l'economia de l'empresa, però cal tenir en compte qualsevol espai comú que puguem trobar amb altres matèries, atès que ens poden proporcionar els entorns d'aprenentatge propers i significatius que es necessiten per a l'activitat matemàtica de resolució de problemes, i les sinergies que es puguin generar impulsaran la millora de l'aprenentatge, tant de la matemàtica com de l'altra matèria que ens forneixi l'entorn d'aprenentatge. És per això que, si bé aquest currículum presenta una relació de possibles connexions, no haurem de deixar de banda altres oportunitats de treball conjunt amb matèries no esmentades en la llista.

Consideracions sobre el desenvolupament del currículum

Cal fomentar que l'estudiant primerament descobreixi on vol arribar i després raoni fins a consolidar els resultats prèviament conjecturats. Cal facilitar que sigui l'alumne/a qui, a través de la resolució de problemes, vagi requerint les eines teòriques necessàries, i no pas que aquestes li siguin donades com a fets estàtics. El pensament viu que acompanya la matemàtica no pot ser transmès a partir de resultats tancats i morts.

La construcció del coneixement ha de traslladar la transparència del que per a l'alumne és indubtable als resultats finals, tot evitant el que podria considerar, des del seu punt de vista, maniobres matemàtiques desvinculades del seu sentit comú. Aquesta activitat vincula el sentit comú de l'alumne/a amb el rigor matemàtic. Si no es dóna aquesta construcció aleshores no hi ha comprensió efectiva. Si l'ensenyament es reitera en la manca d'aquesta comprensió llavors arriba a l'alumne com una col·lecció de lleis, normes o manaments que el converteixen en un ésser obedient sense independència intel·lectual, cada vegada més com més avança el seu procés d'aprenentatge.

El clima de l'aula dirigit pel professor, suggerint i facilitant la participació de l'alumne fomenta el descobriment per part d'aquest i el posa en la situació que els grans matemàtics van viure en el seu moment. La reflexió individual acompanyada pel treball en parelles o en petit grup és un bon preludi que permet culminar en la posada en comú a tota la classe. La defensa oral i per escrit dels propis descobriments o resolucions ha de ser una pràctica habitual, si més no, sobre el coneixement construït en cada unitat didàctica. L'activitat, la creació, la motivació, la participació, les conjectures, les correccions i errors en el sentit més positiu, l'exposició per escrit i oral dels resultats, la crítica i autocrítica raonada i exposada educadament i respectuosa s'ha de facilitar que siguin pràctiques habituals entre els alumnes.

Considerant les dimensions esmentades de la competència matemàtica, el seu desenvolupament en un estudiant serà un indicador del nivell de competència matemàtica assolit. En el marc de l'avaluació permanent, l'avaluació formativa és especialment destacada, ja que permet comprendre el desenvolupament de les competències matemàtiques amb informació sobre la qualitat de les activitats proposades.

El treball amb competències condueix a interpretar l'avaluació com una via per recollir informació que serveixi de base per prendre decisions. Les activitats d'avaluació han de facilitar que l'alumne/a s'apropriï dels coneixements. Si una activitat d'avaluació no facilita un aprenentatge aleshores no és adequada.

L'avaluació s'ha de fer al llarg del procés d'ensenyament i aprenentatge, tot permetent a professors i alumnes obtenir informació sobre els avenços i les dificultats per tal de dissenyar els ajustos necessaris. Cal concebre par tant l'avaluació com un procés al llarg del qual la informació recollida permetrà prendre decisions que facilitin accions de millora. El treball amb competències requereix avaluar per ensenyar, no només ensenyar per avaluar.

OBJECTIUS

La matèria de matemàtiques aplicades a les ciències socials del batxillerat té com a finalitat el desenvolupament de les capacitats següents:

1. Reconèixer situacions reals concretes on la matemàtica és un instrument necessari per organitzar i interpretar informació, i per prendre decisions ben fonamentades.
2. Aplicar i relacionar els conceptes i procediments apresos, a diferents àmbits de les ciències socials i humanes, resolent situacions-problema que facin palesa la interconnectivitat de les diferents parts de la matemàtica i els diferents rols que aquesta pot tenir.
3. Decidir quins models matemàtics, d'entre els estudiats, s'ajusten més bé a determinades situacions que puguin plantejar-se en la vida quotidiana de l'alumnat, saber representar-los simbòlicament, aplicar-los i extreure'n conclusions.
4. Usar les eines tecnològiques com ara els fulls de càlcul o paquets estadístics, programes de càlcul simbòlic i de representació gràfica que permetin resoldre problemes, estalviant-ne els càlculs i facilitant-ne la visualització.
5. Consolidar la idea que la matemàtica és un bon instrument per a l'aplicació del mètode científic, explorant situacions que comportin planificació, experimentació, formulació de conjetures i la seva consolidació.
6. Adquirir criteris propis sobre fenòmens socials i econòmics utilitzant les diferents eines matemàtiques a l'abast.

7. Saber fer càlculs senzills, tant aritmètics com algèbrics per, entre altres, poder fer estimacions raonables i controlar possibles errors en l'aplicació dels nous procediments apresos.
8. Distingir entre fenòmens certs i probables, i caracteritzar-los quantitativament amb la consegüent capacitat d'anàlisi i estructuració de la informació continguda en un conjunt de dades.
9. Valorar la potència dels recursos i models estadístics per analitzar i interpretar dades, i conèixer que cal tenir en compte les seves limitacions i ser crític amb el seu mal ús.
10. Incorporar al propi vocabulari elements propis del llenguatge matemàtic per tal de transmetre missatges en contextos on és especialment necessària la comunicació científica.

Primer curs

CONTINGUTS

Processos que es desenvolupen durant el curs a través dels diferents continguts

- La resolució de problemes, entesa com un estil d'ensenyament i aprenentatge que facilita la construcció de coneixement matemàtic a partir de l'experimentació, la cerca de patrons i regularitats i la formulació de resultats conjecturals.
- El raonament i la prova, que pren sentit quan l'alumne/a ha descobert la necessitat de consolidar resultats prèviament conjecturats, pel fet d'haver-ne descobert prèviament d'erroris.
- La defensa oral i per escrit dels propis raonaments, l'acceptació dels errors comesos i la comprensió davant els errors dels altres. Es tracta d'establir plans de treball individuals o en grup que facilitin la comunicació entre els estudiants.
- La utilització de diferents recursos tecnològics (ordinadors, calculadores, recursos audiovisuals, etc.) que facilitin el descobriment d'invariants, la cerca de patrons i regularitats, la representació i interpretació de les dades, l'observació, exposició, contrast i, si escau, consolidació de propietats que s'obtenen de les seccions o manipulacions de diferents figures, etc.
- La integració de la cultura matemàtica en el procés d'ensenyament i aprenentatge, entesa com una activitat que permet que l'alumnat conegui moments històrics rellevants connectats amb els continguts que es desenvolupen en cada moment. Els apartats epistemològics que es tractin no s'haurien de limitar a una exposició purament anecdòtica.

ARITMÈTICA I ÀLGEBRA

El càlcul amb nombres decimals: aproximacions i errors en funció de la situació objecte del càlcul

- Nombres racionals i irracionals. Aproximacions decimals en funció dels contextos. Errors absolut i relatiu. El càlcul amb calculadora i ordinador.
- Resolució de problemes que impliquin inequacions lineals amb una incògnita. L'ús dels intervals com una manera d'expressar-ne els resultats.

Les progressions: un model per a l'estudi de l'interès simple i el compost

- Augments i disminucions en percentatge.
- Progressions aritmètiques i geomètriques: interès simple i interès compost.
- Taxa d'interès anual equivalent (TAE). Interpretació de diferents tipus d'operacions ofertes per entitats financeres.

El full de càlcul: una eina per resoldre problemes de matemàtica financera

- Anualitats de capitalització: plans de pensions i d'amortització: hipoteques i préstecs personals.
- Construcció i ús de fulls de càlcul per fer taules d'amortització.

El càlcul amb polinomis: la transformació d'expressions algèbriques, per aplicar a l'estudi de funcions

- La simbologia dels polinomis i les seves operacions.
- Arrels. Descomposició en factors.

ANÀLISI

Estudi de les característiques de certs tipus de funcions que poden ser models de fenòmens socials i econòmics

- Funcions a partir de taules i gràfics. Aspectes globals d'una funció. Les funcions en la interpretació de fenòmens socials i econòmics.
- Funcions polinòmiques de primer i segon grau i de proporcionalitat inversa aplicades a les ciències socials. Interpolació i extrapolació lineal.
- Funcions definides a trossos. Una primera idea de continuïtat, en contextos que comporten salts.

El model de creixement exponencial enfront dels models lineals o quadràtics

- Situacions que mantenen el tant per u de variació constant: models exponencials. La funció exponencial.
- El creixement exponencial enfront d'altres models de creixement.
- Concepte i propietats dels logaritmes lligats a la resolució d'equacions exponencials.

PROBABILITAT I ESTADÍSTICA

Anàlisi del tipus i grau de relació entre dues variables en contextos socials

- Estadística descriptiva: aprofundiment en l'organització, tractament i interpretació crítica de dades, gràfics i paràmetres.
- Distribucions bidimensionals. Relació entre variables qualitatives: taules creuades. Interpretació de fenòmens socials i econòmics en què intervenen dues variables i estudi del grau de relació que tenen: núvols de punts, correlació i regressió, interpolació i extrapolació mitjançant la recta de regressió.
- Ús de les calculadores i fulls de càlcul o programes estadístics per als càlculs dels paràmetres i les representacions gràfiques.

Aplicació de les tècniques de recompte i del càlcul de probabilitats per resoldre situacions i problemes de la vida quotidiana

- Tècniques de recompte en casos senzills: de les llistes ordenades i els diagrames en arbre a l'estudi de les combinacions.
- Freqüència relativa d'un esdeveniment. Llei de l'atzar.
- Definició clàssica de probabilitat. Llei de Laplace.
- Esdeveniments independents en probabilitat. Experiències successives i proves repetides.
- L'ajust d'una distribució estadística a un model de probabilitat: la llei normal.

Les diferents fases i tasques d'un treball estadístic

- El treball estadístic: recollir dades, organització, representació, paràmetres de centralització i de dispersió, interpretació i treball inferencial.

Connexió amb altres matèries

Economia

- Estadística descriptiva: gestió, tractament i interpretació crítica de dades, gràfics i paràmetres.
- Anàlisi de funcions per extrapolar models de fenòmens socials i econòmics; corbes de demanda i oferta.
- Representació gràfica de funcions, per mitjà de l'ús de programes informàtics.
- Elaboració i ús del full de càlcul per resoldre problemes de matemàtica financera.

Economia de l'empresa

- Estadística descriptiva: gestió, tractament i interpretació crítica de dades, gràfics i paràmetres. Anàlisi de funcions per extrapolar models de

fenòmens socials i econòmics. Presa de decisions.

- Interès simple i interès compost. Anualitat de capitalització i amortització.
- Representació gràfica de funcions, per mitjà de l'ús de programes informàtics.

Geografia

- Obtenció i interpretació de fonts gràfiques i estadístiques aplicades a l'anàlisi de fenòmens històrics.
- Escales gràfiques i numèriques.
- Càlcul d'índexs i taxes.
- Elaboració de gràfics.

CRITERIS D'AVUACIÓ

1. Comprendre la diferència entre un nombre real i les seves aproximacions. Avaluar l'error acceptable segons la situació de què es tracti. Dominar el concepte d'aproximacions successives a un nombre real i la seva utilització en contextos problemàtics, a més de tenir criteri de decisió sobre quin és l'error acceptable en diversos contextos de la vida real.
2. Dominar el concepte de taxa en els diversos contextos, i especialment el tant per cent. Aplicar als diversos contextos econòmics les eines financeres apreses. Reconèixer i fer servir el model de les progressions geomètriques per als problemes d'interès compost i als relacionats amb productes financers que s'hi regeixen.
3. Fer amb soltesa les operacions amb polinomis, entendre el significat del valor numèric d'un polinomi i emprar-lo per calcular-ne les arrels. Comprendre i utilitzar la relació entre els zeros d'un polinomi i solucions d'una equació polinòmica, com a pas per a la futura comprensió de les funcions polinòmiques.
4. Emprar correctament el llenguatge algèbric, i comprendre'n el significat. Ser hàbil en la modelització algèbrica de problemes contextualitzats, fent servir les diverses eines apreses. Combinar les diverses eines i estratègies apreses per enfrontar-se a problemes fent servir la deducció i l'argumentació.
5. Operar amb soltesa amb exponents i logaritmes, i entendre'n el significat, com a primer pas per a la futura comprensió de les funcions exponencials i logarítmiques. Comprendre el concepte de logaritme i dominar l'operativitat aritmètica amb les propietats dels logaritmes, sobre la base del coneixement i el domini de l'operativitat amb exponents.
6. Relacionar les funcions elementals amb la seva representació cartesiana. Modelitzar situacions reals mitjançant les funcions, i treure'n conseqüències. Conèixer l'expressió i les propietats de les funcions elementals .polinòmiques de primer i segon grau i proporcionalitat inversa-, i ser destre

en la utilització d'aquestes per modelitzar i resoldre problemes de la vida real.

7. Aplicar tècniques senzilles de recompte a situacions de la vida real. Comprendre i resoldre problemes en què intervinguin els conceptes de probabilitat i dependència o independència d'esdeveniments, lligat amb conceptes elementals de combinatòria.
8. Interpretar la possible relació entre variables fent servir el coeficient de correlació i la recta de regressió. Portar a la pràctica els conceptes bàsics de l'Estadística descriptiva i bivariant a situacions senzilles.
9. Tenir destresa en la planificació, realització i l'anàlisi crítica de les diverses fases d'un treball estadístic. Específicament, elaborar i sotmetre a crítica un treball estadístic i en l'ús de la calculadora i el programari informàtic.

Segon curs

CONTINGUTS

Processos que es desenvolupen durant el curs a través dels diferents continguts

- La resolució de problemes, entesa com un estil d'ensenyament i aprenentatge que facilita la construcció de coneixement matemàtic a partir de l'experimentació, la cerca de patrons i regularitats i la formulació de resultats conjecturals.
- El raonament i la prova, que pren sentit quan l'alumne ha descobert la necessitat de consolidar resultats prèviament conjecturats, pel fet d'haver-ne descobert prèviament d'erronis.
- La defensa oral i per escrit dels raonaments propis, l'acceptació dels errors comesos i la comprensió davant els errors dels altres. Es tracta d'establir plans de treball individuals o en grup que facilitin la comunicació entre els estudiants.
- La utilització de diferents recursos tecnològics (ordinadors, calculadores, recursos audiovisuals, etc.) que facilitin el descobriment d'invariants, la cerca de patrons i regularitats, la representació i interpretació de les dades, l'observació, exposició, contrast i, si escau, consolidació de propietats que s'obtenen de les seccions o manipulacions de diferents figures, etc.
- La integració de la cultura matemàtica en el procés d'ensenyament i aprenentatge, entesa com una activitat que permet que l'alumnat conegui moments històrics rellevants connectats amb els continguts que es desenvolupen en cada moment. Els apartats epistemològics que es tractin no s'haurien de limitar a una exposició purament anecdòtica.

ÀLGEBRA LINEAL I GEOMETRIA

El llenguatge matricial com a eina per expressar i resoldre problemes relacionats amb l'organització de dades

- Les matrius com a eina per treballar amb dades estructurades en taules.
- Operacions amb matrius. Aplicació a contextos de les ciències socials.

Els sistemes lineals una eina per plantejar i resoldre problemes

- Resolució de sistemes d'equacions lineals (sense paràmetres). Mètode de Gauss.
- Problemes amb enunciat.

La interpretació geomètrica dels sistemes de dues equacions lineals amb dues incògnites

- Diversos usos de la simbologia dels vectors en el pla.
- Direcció i pendent de les rectes expressades en la forma $ax + by + c = 0$. Interpretació geomètrica dels sistemes de dues equacions lineals amb dues incògnites.

PROGRAMACIÓ LINEAL

La modelització de situacions que requereixen sistemes d'inequacions

- Inequacions lineals d'una i dues incògnites.
- Representació d'una situació mitjançant un sistema d'inequacions de primer grau amb dues incògnites. Representació gràfica de la regió factible.

La programació lineal bidimensional un model per resoldre problemes, molt sovint lligats a la producció

- La funció objectiu. Màxims i/o mínims en una regió.
- Optimització d'una situació amb l'ajut de la programació lineal. Interpretació de la solució segons el context.

ANÀLISI

Interpretació física i geomètrica de les taxes de canvi i les asímptotes en situacions relacionades amb les ciències socials

- Límits a l'infinit i límits infinits en un punt. Asímtotes horitzontals i verticals en les funcions racionals amb un polinomi de primer grau al numerador i al denominador i en funcions exponencials. Interpretació d'asímtotes en contextos no matemàtics.
- Taxes mitjanes de canvi. Aproximar i interpretar taxes instantànies de canvi en models de les ciències socials i econòmiques que en demanen. Càlcul gràfic de la derivada d'una corba en un punt a partir del pendent de la recta

tangent. Construcció gràfica de la funció derivada. Càlcul analític de derivades per aproximació de pendents de secants.

- Càlcul de funcions derivades: derivades de les funcions elementals, les derivades i les operacions amb funcions. Derivada de la composta d'una funció en casos senzills. Càlcul de la recta tangent a una corba en un punt: aproximació lineal a una corba.

L'aplicació de l'estudi local i global d'una funció a situacions pròpies de les ciències socials i econòmiques

- Estudi (domini, punts de tall amb els eixos, signe, límits a l'infinit i asímptotes verticals i horitzontals, intervals de creixement i decreixement i màxims i mínims relatius) i representació gràfica de funcions polinòmiques, homogràfiques i exponencials senzilles que siguin models de situacions de l'àmbit de les ciències socials i econòmiques.
- Ús de programes informàtics i/o calculadores gràfiques per generar el gràfic d'una funció i estudiar-ne les característiques.
- Problemes d'optimització aplicats a les ciències socials i econòmiques.

Connexió amb altres matèries

Economia de l'empresa

- Programació lineal. Màxims i mínims.
- Representació gràfica de funcions, per mitjà de l'ús de programes informàtics.

Economia

- Estadística descriptiva: gestió, tractament i interpretació crítica de dades, gràfics i paràmetres.
- Anàlisi de funcions per extrapolar models de fenòmens socials i econòmics; corbes de demanda i oferta.
- Representació gràfica de funcions, per mitjà de l'ús de programes informàtics.
- Elaboració i ús del full de càlcul per resoldre problemes de matemàtica financera.
- Resolució de sistemes d'equacions. Equilibri de mercat.

Geografia

- Càlcul d'índexs i taxes.

CRITERIS D'AVUACIÓ

1. Utilitzar el llenguatge matricial com a instrument per al tractament de situacions que comportin dades estructurades en taules. Fer servir les

matrius amb destresa per organitzar informació i per transformar-la mitjançant les operacions corresponents.

2. Reconèixer situacions i contextos no matemàtics on siguin aplicables els models matemàtics d'equacions i inequacions. Saber fer servir els sistemes d'equacions i d'inequacions en contextos no matemàtics, amb un èmfasi especial en la seva representació geomètrica.
3. Saber reconèixer models vectorials en situacions reals. Dominar el llenguatge vectorial com a instrument d'interpretació de fenòmens diversos. Més específicament, utilitzar amb destresa la relació entre direcció i pendent d'una recta, tot lligat amb la comprensió del concepte de paral·lelisme.
4. Aplicar els models de programació lineal a problemes senzills de la vida real. Aplicar els conceptes bàsics de la programació lineal a situacions que requereixen una modelització prèvia; és a dir, saber formular algèbricament i resoldre gràficament el conjunt de restriccions i la funció objectiu en problemes de programació lineal de dues variables.
5. Transcriure al llenguatge algèbric problemes expressats en llenguatge retòric, i resoldre'ls fent servir tècniques algèbriques. Reconèixer les matemàtiques com a instrument necessari per a la comprensió i investigació de la realitat, i utilitzar-les per a la resolució de problemes.
6. Comprendre i formalitzar el concepte de taxa de variació i de variació instantània, i dominar el càlcul de funcions derivades de les operacions amb funcions elementals. Usar en problemes pràctics el concepte de taxa de variació d'una funció i tenir destresa en el càlcul de funcions derivades senzilles.
7. Comprendre el concepte de derivada i aplicar-lo a l'estudi de funcions i a situacions reals. Interpretar i aplicar a situacions concretes la informació obtinguda de l'estudi de les funcions. Més en concret, analitzar de manera detallada el comportament local i global d'una funció i resoldre problemes de tangència.
8. Utilitzar amb soltesa la calculadora i l'ordinador per facilitar càlculs, fer representacions gràfiques, i explorar i simular situacions. Fer servir intel·ligentment les TIC, interpretar els resultats d'una operació automàtica en el context del problema que s'està resolent.